Deber 9
Análisis Numérico

Prof. Dr. Joseph Páez Chávez

II Término 2018-2019

Problema 1. Sea
$$I_2(f) = \iint\limits_{\Omega} f(x,y)\,dy\,dx,$$
donde $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es suficientemente diferenciable y
$$\Omega = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : a \le x \le b, \quad u(x) \le y \le v(x)\right\}$$
es una región apropiada de integración, siendo u y v funciones de variable real. Presente un algoritmo para aproximar $I_2(f)$ suponiendo que se desea utilizar cuadratura Gaussiana (con 2 puntos) para las variables x y y. Aplique este algoritmo para aproximar
$$I_2(f) = \int_0^1 \int_{x^2}^{2x^2} \left(x^2 + y^3\right)\,dy\,dx.$$
Compare con el valor exacto.

Problema 2. Suponga que se tiene una lámina de aluminio cuya forma está dada por la región:
$$R = \left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le \sqrt{1-x^2}\right\},$$
con una densidad dada por $\rho(x,y) = e^{-\left(x^2+y^2\right)}$. Mediante $\widetilde{I}_{TT}$ $(n = m = 3)$ aproxime la masa total de la lámina, así como también las coordenadas $(\overline{x}, \overline{y})$ del centro de masa de la misma. Compare el valor aproximado de la masa de la lámina con el valor exacto.
Ayuda: Recuerde que las coordenadas del centro de masa de un cuerpo en el plano vienen dadas por:
$$\overline{x} = \frac{\iint\limits_R x\rho(x,y)\,dy\,dx}{\iint\limits_R \rho(x,y)\,dy\,dx}, \quad \overline{y} = \frac{\iint\limits_R y\rho(x,y)\,dy\,dx}{\iint\limits_R \rho(x,y)\,dy\,dx}.$$

Problema 3. Aproxime $\int_0^1 \int_1^2 \int_0^{0.5} e^{x+y+z}\,dz\,dy\,dx$ mediante $\widetilde{I}_{STG2}$ $(n = m = 2)$. Compare con el valor exacto.