Deber 9

Análisis Numérico

Prof. Dr. Joseph Páez Chávez

I Término 2018

Problema 1. Sea

$$I_2(f) = \iint_{\Omega} f(x, y) dy dx,$$

donde $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ es suficientemente diferenciable y

$$\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq x \leq b, \quad u(x) \leq y \leq v(x)\}$$

es una región apropiada de integración, siendo u y v funciones de variable real. Presente un algoritmo para aproximar $I_2(f)$ suponiendo que se desea utilizar cuadratura Gaussiana (con 2 puntos) para las variables x y y . Aplique este algoritmo para aproximar

$$I_2(f) = \int_0^1 \int_{x^2}^{2x^2} (x^2 + y^3) dy dx.$$

Compare con el valor exacto.

Problema 2. Suponga que se tiene una lámina de aluminio cuya forma está dada por la región:

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\},$$

con una densidad dada por $\rho(x, y) = e^{-(x^2+y^2)}$. Mediante $\tilde{I}_{TT}$ ($n = m = 3$) aproxime las coordenadas $(\bar{x}, \bar{y})$ del centro de masa de la lámina. Compare con los valores exactos.

Ayuda: Recuerde que las coordenadas del centro de masa de un cuerpo vienen dadas por:

$$\bar{x} = \frac{\iint_R x \rho(x, y) dy dx}{\iint_R \rho(x, y) dy dx}, \quad \bar{y} = \frac{\iint_R y \rho(x, y) dy dx}{\iint_R \rho(x, y) dy dx}.$$

Problema 3. Aproxime $\int_0^1 \int_1^2 \int_0^{0.5} e^{x+y+z} dz dy dx$ mediante $\tilde{I}_{STG2}$ ($n = m = 2$). Compare con el valor exacto.